

1

Найти градиент функции $z = f(x, y)$ и его модуль для функции в указанных точках M :

а) $z = 17 - 4x^2 - y^2; M(2; 2)$

б) $z = xye^{2+4x+y}; M(0; -1)$

в) $z = \sin(2x + 5y^2); M\left(\frac{\pi}{2}; \sqrt{\frac{\pi}{2}}\right)$

2

Найти первый дифференциал и величину градиента функции в точке $M(x_0, y_0, z_0)$:

а) $f(x, y, z) = \frac{4}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}; M(1, 2, 1)$

б) $f(x, y, z) = x^2 y^2 z^2; M(1, 1, 1)$

3Найти производные функций по заданным направлениям l :

- а) $z = x^4 - 5xy + y^2$; l составляет с осью Ox угол 60°
- б) $z = 2x + y^2$; l — биссектриса первого координатного угла
- в) $z = 15x^4 - x - y - 1$ в точке $M(2; 1)$; l — прямая MN , где $N(5; 5)$

4

Дана функция $u = x^2 y^2 z + 3yz - 4x^2 z$, где $x = 2t^2$, $y = t + 1$, $z = \ln(t + 1)$. Вычислить производную $u'(t)$ в точке $t_0 = 1$.

5

Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = z(x; y)$, $x = x(t)$, $y = y(t)$:

а) $z = x^2 + y^2 + xy$, $x = a \sin t$, $y = a \cos t$

б) $z = \cos(2t + 4x^2 - y)$, $x = \frac{1}{t}$, $y = \sqrt{\frac{t}{\ln t}}$

в) $z = x^2 y^3 u$, $x = t$, $y = t^2$, $u = \sin t$

г) $z = e^{xy} \ln(x + y)$, $x = t^3$, $y = 1 - t^3$

6

Для данных $z = f(x; y)$, $x = x(u; v)$, $y = y(u; v)$ найти $\frac{\partial z}{\partial u}$, $\frac{\partial z}{\partial v}$ и dz :

а) $z = x^3 + y^3$, где $x = uv$, $y = \frac{u}{v}$

б) $z = \sqrt{x^2 - y^2}$, где $x = u^v$, $y = u \ln v$

в) $z = \cos(xy)$, где $x = ue^v$, $y = v \ln u$

г) $z = \arctg(xy)$, где $x = \sqrt{u^2 + v^2}$, $y = u - v$

д) $z = \sqrt{x + y}$, где $x = u \operatorname{tg} v$, $y = u \operatorname{ctg} v$

е) $z = \ln \sqrt{x^2 + 3y^5}$, где $x = u \cos v$, $y = u \sin v$