

Признак Даламбера. Для положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ рассматривается предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$. Если этот предел меньше 1, то ряд сходится; если больше 1, то ряд расходится; если равен 1, то признак Даламбера не дает ответа о сходимости ряда.

Признак Коши. Для положительного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ рассматривается предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}$. Если этот предел меньше 1, то ряд сходится; если больше 1, то ряд расходится; если равен 1, то признак Коши не дает ответа о сходимости ряда.

Предельный признак сравнения. Даны два положительных ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ и $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$. Необходимо определить, сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, используя предельный признак сравнения:

а) Если существует конечный положительный предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ сходится, то ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ также сходится.}$$

б) Если существует конечный положительный предел $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = c$ и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ расходится, то ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \text{ также расходится.}$$

1

Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Даламбера. Указать $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^7}{5^{0,5n}}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{n+1}}{2^n \cdot n^4} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{n!} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{5^n} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! 3^n}{n^n} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdots (2n-1)}{n^2 \cdot 3^n}.$$

2

Исследовать ряд на сходимость, применяя признак Коши. Указать $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}$.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n-1}\right)^{n-1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{3n+1}\right)^{2n+1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\ln(n+1)^n} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(\frac{2n-1}{3n+1}\right)^n \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1}\right)^{n^2}.$$

3

Исследовать ряд на сходимость, применяя предельный признак сравнения. Указать общий

член ряда, с которым сравнивается данный ряд. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n^2+n+1} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\sqrt{n}+2}{\sqrt{n^6+2n-2}} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+10}}$.

4

Можно ли утверждать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ сходится, если $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$?